

Запитання до екзамену з вищої математики

I семестр

1. Визначники 2 та 3 порядків. Властивості визначників. Визначники вищого порядку.
2. Системи лінійних рівнянь. Основні поняття. Розв'язання СЛАР. Метод Крамера.
3. Матриця. Дії над матрицями. Обернена матриця. Розв'язання СЛАР за допомогою оберненої матриці.
4. Методи Гауса та Жордана–Гауса розв'язання СЛАР.
5. Декартові прямокутні координати на площині та в просторі. Вектори. Лінійні операції над векторами.
6. Лінійна залежність та незалежність системи векторів. Базис. Проекція вектора. Довжина вектора.
7. Скалярний добуток векторів. Властивості скалярного добутку. Кут між векторами. Умова перпендикулярності двох векторів.
8. Векторний та мішаний добуток векторів. Основні властивості, способи обчислення. Застосування.
9. Аналітична геометрія на площині. Лінії на площині. Рівняння прямої на площині (різні види). Перпендикулярність та паралельність прямих на площині. Кутовий коефіцієнт.
10. Аналітична геометрія у просторі. Рівняння поверхонь ті ліній у просторі. Рівняння прямої у просторі.
11. Рівняння площини в просторі. Рівняння площини у просторі. Взаємне розташування площини та прямої у просторі. Полярна система координат. Параметричне завдання ліній.
12. Лінії другого порядку. Коло, еліпс, гіпербола та парабола. Методи побудови.
13. Поверхні другого порядку. Поверхні обертання.
14. Функція. Поняття функції. Способи задання функції. Види функцій. Характеристики функцій. Основні елементарні функції та їх графіки.
15. Числові послідовності. Границя числової послідовності та її геометричний зміст.
16. Границя функції в точці. Односторонні границі.
17. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентність нескінченно малих функцій.
18. Теорема про границі. Важливі границі (перша і друга важливі границі).
19. Неперервність функції. Неперервність функції в точці і на відрізку. Властивості функцій неперервних в точці.
20. Порушення неперервності. Класифікація точок розриву. Основні теореми про неперервні функції (теорема Вєрштрасса і теорема Больцано-Коші).
21. Означення похідної, її геометричний та фізичний зміст.

- 22.Геометричний зміст похідної. Рівняння дотичної і нормалі до графіка функції. Приклади. Механічний зміст похідної. Похідна в фізиці.
- 23.Правила диференціювання. Теореми про похідну суми (різниці) функцій, похідну добутку, похідну частки функцій. Приклади.
- 24.Зв'язок між неперервністю і диференційованістю функції. Похідна складної і оберненої функцій. Похідна основних елементарних функцій. Таблиця похідних.
- 25.Похідна основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Диференціювання неявних та параметричних функцій. Логарифмічне диференціювання. Приклади.
- 26.Похідні вищих порядків. Похідні вищих порядків від функцій, що задані неявно. Похідні вищих порядків від функцій, що задані параметрично.
- 27.Диференційованість функції. Диференціал функції. Зв'язок диференціала з похідною. Диференціал функції. Геометричний зміст диференціала. Диференціал суми, добутку та частки.
- 28.Диференціал функції. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.
- 29.Теореми про функції, що диференціюються. (Теорема Роля) Теореми про функції, що диференціюються. (Теорема Коші). Теореми про функції, що диференціюються.(Теорема Лагранжа).
- 30.Правило Лопітала. Розкриття невизначеностей різних типів.
- 31.Дослідження функції за допомогою похідної. Зростання та спадання функції. Необхідна умова існування екстремуму. Достатня умова існування екстремуму. Дослідження функції на екстремум.
- 32.Найбільше і найменше значення функції на відрізку.
- 33.Опуклість та вгнутість, точки перегину графіка функції.
- 34.Асимптоти графіка функції. Вертикальна асимптота. Умови існування. Похила асимптота. Умови існування.
- 35.Схема дослідження функції. Порядок побудови графіка. Приклади.
- 36.Невизначений інтеграл. Первісна. Таблиця невизначених інтегралів. Основні властивості інтегрування.
- 37.Основні методи інтегрування. Безпосереднє інтегрування. Заміна змінної та інтегрування частинами.
- 38.Інтегрування раціональних і ірраціональних дробів із квадратним тричленом у знаменнику. Інтегрування ірраціональних виразів

$$\int \frac{dx}{(px + q)\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \quad \int R\left(\sqrt[n]{x^m}, \sqrt[q]{x^p}, \sqrt[s]{x^r}\right) dx,$$

$$\int R\left(\sqrt[n]{(ax+b)^m}, \sqrt[q]{(ax+b)^p}, \sqrt[s]{(ax+b)^r}\right) dx,$$

$$\int R \left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m}{n}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{r}{s}} \right) dx,$$

$$\int R(x; \sqrt{\pm(x^2 + px + q)}) dx = \int R(x; \sqrt{\pm \left(\left(x + \frac{p}{2} \right)^2 + \left(q - \frac{p^2}{4} \right) \right)}) dx$$

- 39.Інтегрування ірраціональних виразів $\int R(y; \sqrt{\pm(y^2 \pm a^2)}) dy$. Інтеграли від диференціальних біномів. Підстановки Чебишева і Ейлера.
- 40.Інтегрування дробово-раціональних функцій. Розкладання раціональних дробів на найпростіші. Схема інтегрування раціональних дробів
- 41.Інтегрування тригонометричних функцій. Приклади інтегралів, що «не беруться».
- 42.Визначений інтеграл. Його основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Геометричний та фізичний зміст визначеного інтеграла.
43. Невласні інтеграли (1 роду), (2 роду).
- 44.Функції кількох змінних. Основні означення. Приклади. Функції кількох змінних. Область визначення функції.
- 45.Границя функції кількох змінних. Неперервність функції кількох змінних.
- 46.Частинний приріст функції кількох змінних. Частинні похідні функції кількох змінних.
- 47.Геометричний зміст функції кількох змінних.
- 48.Частинні прирости та частинні похідні функцій багатьох змінних. Їх геометричний зміст.
- 49.Частинні похідні вищих порядків. Змішані похідні.
- 50.Теорема Шварца про достатні умови рівності змішаних похідних.
- 51.Повний приріст і повний диференціал функції кількох змінних.
- 52.Застосування першого диференціала для наближених обчислень.
- 53.Повний диференціал функції та його застосування до обчислення функцій і похибок.
- 54.Диференціали вищих порядків.
- 55.Похідна складної функції кількох змінних. Диференціювання функції кількох змінних, заданої неявно.
- 56.Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала
- 57.Дотична площина та нормаль до поверхні.
- 58.Екстремум функції двох змінних.
- 59.Необхідна і достатні умови існування екстремуму функції багатьох змінних.
- 60.Стаціонарні та критичні точки функції багатьох змінних.

61. Найбільше і найменше значення функції кількох змінних в замкненій області.
62. Умовні екстремуми, обґрунтування методу Лагранжа.